

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ ТАТАРСТАН  
Государственное автономное профессиональное образовательное учреждение  
«Альметьевский торгово-экономический техникум»



УТВЕРЖДАЮ  
Директор ГАПОУ «АТЭТ»  
З.Г. Мустафина  
2021 г.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

**ОУД. 10 МАТЕМАТИКА**

**Специальности: 43.02.15 Поварское и кондитерское дело**

2021 г.

Фонд оценочных средств учебной дисциплины ОУД.10 Математика разработана на основе Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности 43.02.15 Поварское и кондитерское дело, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 09 декабря 2016 г. № 1565.

Организация-разработчик: ГАПОУ «АТЭТ»

Фонд оценочных средств учебной дисциплины ОУД.10 Математика рассмотрена и одобрена на заседании ЦК общеобразовательных дисциплин

от « 03 » 06 2021 г. Протокол № 6

Председатель ЦК общеобразовательных дисциплин  Р.Н. Мухаметчина

Фонд оценочных средств учебной дисциплины ОУД.10 Математика рассмотрена и одобрена на заседании Методического совета

от « 10 » 06 2021 г. Протокол № 6

Председатель Методического совета  Р. Х. Гаррапова

Фонд оценочных средств учебной дисциплины ОУД.10 Математика рассмотрена и принята Педагогическим советом

от « 27 » 08 2021 г. Протокол № 1

## **СОДЕРЖАНИЕ**

|                                                                                          |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ                                                                       | 4  |
| 2. ПОКАЗАТЕЛИ ОЦНКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ, ФОРМЫ И<br>МЕТОДЫ КОНТРОЛЯ И ОЦЕНКИ | 5  |
| 3. КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ                                                        | 9  |
| 3.1 КОНТРОЛЬНО – ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ                               | 9  |
| 3.2 ПЕРЕЧЕНЬ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ                                                          | 9  |
| 3.3 КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ЭКЗАМЕНА                                          | 36 |

## **1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ**

Фонд оценочных средств (ФОС) предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «Математика».

ФОС включает контрольные материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации в форме дифференцированного зачета и экзамена.

ФОС разработан на основе рабочей программы учебной дисциплины «Математика».

ФОС по учебной дисциплине является неотъемлемой частью нормативно - методического обеспечения системы оценки качества освоения обучающимися образовательной программы среднего профессионального образования и обеспечивает повышение качества образовательного процесса техникума.

ФОС по дисциплине представляет собой совокупность контролирующих материалов, предназначенных для измерения уровня достижения обучающимися установленных результатов обучения.

ФОС по дисциплине используется при проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся.

## 2. ПОКАЗАТЕЛИ ОЦЕНКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ, ФОРМЫ И МЕТОДЫ КОНТРОЛЯ И ОЦЕНКИ

В результате контроля и оценки по учебной дисциплине осуществляется комплексная проверка личностных, метапредметных, предметных результатов и общих компетенций.

Таблица 1

| <b>Результаты обучения<br/>(освоенные умения,<br/>усвоенные знания)</b>                                                                                                                                                                                            | <b>Общие<br/>компетенции<br/>(ОК,ПК)</b> | <b>Личностные<br/>результаты<br/>реализации<br/>программы<br/>воспитания</b> | <b>Формы и методы<br/>контроля и оценки<br/>результатов обучения</b>                                                 |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>личностные</b>                                                                                                                                                                                                                                                  |                                          |                                                                              |                                                                                                                      |
| сформированность представлений о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики                                                                                                                  | ОК. 1                                    | ЛР. 2                                                                        | Входной контроль: письменная работа учащихся.<br>устный опрос на лекциях;<br>подготовка сообщений.                   |
| овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для освоения смежных естественно-научных дисциплин и дисциплин профессионального цикла, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки | ОК. 1,2                                  | ЛР. 2                                                                        | устный опрос на лекциях;<br>подготовка сообщений, кроссвордов.                                                       |
| готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию                                                                                                                                                                                                | ОК. 3                                    | ЛР. 1                                                                        | устный и письменный опрос на лекциях;<br>подготовка сообщений, рефератов.                                            |
| <b>предметные</b>                                                                                                                                                                                                                                                  |                                          |                                                                              |                                                                                                                      |
| владение методами доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач                                                                                                                                | ОК 1,2,4,9                               | ЛР. 2                                                                        | -устный опрос на лекциях;<br>подготовка сообщений;<br>просмотр и оценка отчетов по практическим занятиям.            |
| владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и                           | ОК 1-4,9                                 | ЛР. 2                                                                        | устный опрос на лекциях;<br>подготовка сообщений;<br>тестирование;<br>письменные самостоятельные работы;<br>контроль |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |               |        |                                                                                                                                                                                                              |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|--------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| иллюстрации решения уравнений и неравенств                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |               |        | самостоятельной работы студентов в письменной форме; защита практических занятий; просмотр и оценка отчетов по практическим занятиям.                                                                        |
| сформированность представлений об основных понятиях, идеях и методах математического анализа                                                                                                                                                                                                                                                | ОК. 1-4,9     | ЛР. 10 | устный опрос на лекциях; подготовка сообщений; контроль самостоятельной работы студентов в письменной форме; просмотр и оценка отчетов по практическим занятиям.                                             |
| владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах                                                                                                                                                                                                                                     | ОК. 1-4,6,7,9 | ЛР. 2  | устный опрос на лекциях; подготовка сообщений; контроль самостоятельной работы студентов в письменной форме; просмотр и оценка отчетов по практическим занятиям.                                             |
| сформированность умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире геометрические фигуры; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием                                                                                                           | ОК.1-4,9      | ЛР. 1  | устный опрос на лекциях; подготовка сообщений; контроль самостоятельной работы студентов в письменной форме; просмотр и оценка отчетов по практическим занятиям.                                             |
| сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, о статистических закономерностях в реальном мире, об основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин | ОК. 1-4,7,9   | ЛР. 2  | устный опрос на лекциях; подготовка сообщений; тестирование; письменные самостоятельные работы; контроль самостоятельной работы студентов в письменной форме; защита практических занятий; просмотр и оценка |

|                                                                                                                                                                      |                |         |                                                                                                                                                                              |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|---------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                                                                      |                |         | отчетов по<br>практическим занятиям.                                                                                                                                         |
| владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач                                                                                      | ОК. 1-4,6,9,10 | ЛР. 1   | устный опрос на лекциях;<br>подготовка сообщений;<br>контроль самостоятельной работы студентов в письменной форме;<br>просмотр и оценка отчетов по<br>практическим занятиям. |
| <b>метапредметные</b>                                                                                                                                                |                |         |                                                                                                                                                                              |
| умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности                                                                                   | ОК. 1.         | ЛР. 1,2 | устный опрос на лекциях;<br>просмотр и оценка отчетов по<br>практическим занятиям.                                                                                           |
| использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности;                                                               | ОК. 1,9        | ЛР.10   | устный опрос на лекциях;<br>просмотр и оценка отчетов по<br>практическим занятиям.                                                                                           |
| выбирать успешные стратегии в различных ситуациях                                                                                                                    | ОК. 4          | ЛР. 1,2 | устный опрос на лекциях;<br>подготовка сообщений;<br>просмотр и оценка отчетов по<br>практическим занятиям.                                                                  |
| самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность;                                                                                           | ОК. 4          | ЛР. 1,2 | устный опрос на лекциях;<br>подготовка сообщений;<br>тестирование;<br>письменные самостоятельные работы.                                                                     |
| сформированность представлений о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;                   | ОК. 1          | ЛР. 2   | устный опрос на лекциях, практических и семинарских занятиях;<br>тестирование;<br>просмотр и оценка отчетов по<br>практическим занятиям.                                     |
| умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты | ОК. 4          | ЛР. 1,2 | устный опрос на лекциях, практических и семинарских занятиях,<br>просмотр и оценка отчетов по                                                                                |

|                                                                                                                                                                                                                             |          |            |                                                                                                                                                                                            |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                                                                                                                             |          |            | практическим занятиям, тестирование, письменные самостоятельные работы                                                                                                                     |
| владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем                                                                                                            | ОК. 2, 3 | ЛР. 1,2    | тестирование; контроль самостоятельной работы студентов в письменной форме; просмотр и оценка отчетов по практическим занятиям.                                                            |
| способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания                                                                                                | ОК. 2    | ЛР. 10     | устный опрос на лекциях; подготовка сообщений; просмотр и оценка отчетов по практическим занятиям.                                                                                         |
| владение языковыми средствами: умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;                                                                                          | ОК 5,10  | ЛР. 1,2    | устный опрос на лекциях, практических и семинарских занятиях; проведение контрольной работы; просмотр и оценка отчетов по практическим занятиям.                                           |
| владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения | ОК. 6,10 | ЛР. 1,2,10 | устный опрос на лекциях, практических и семинарских занятиях; просмотр и оценка отчетов по практическим занятиям; тестирование, проведение контрольной работы. Итоговый контроль - экзамен |

### 3. КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

#### 3.1. КОНТРОЛЬНО – ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

##### 3.1.1. Перечень практических работ по темам учебной дисциплины

Практические работы составлены в соответствии с рабочей программой и тематическим планированием по дисциплине «Математика».

Практические работы содержат 2 варианта, в каждом из которых задания различного уровня сложности, что позволяет осуществлять дифференцированный подход при проверке знаний и умений обучающихся. Время на выполнение работы -90 мин. Также для контрольной работы разработаны и представлены критерии оценки.

#### Раздел 1. Алгебра и начала анализа

##### Тема: Развитие понятия числа

###### Вариант 1

№ 1. Вычислите:  $(3\frac{1}{2} - 1,52):1,1 + (1\frac{1}{4} - 1,842) * 1\frac{13}{37}$

№ 2. Обратите обыкновенную дробь в десятичную периодическую:

1)  $\frac{3}{11}$  ; 2)  $\frac{95}{333}$

№ 3. Обратите чистые периодические десятичные дроби в обыкновенные:

1) 0,(72) ; 2) 0,(918)

№ 4. Обратите смешанные периодические десятичные дроби в обыкновенные:

0,3(6) ; 2) 0,11(6)

№ 5. Вычислите относительную погрешность числа  $\pi = 3,14$  , считая  $\pi = 3,1416$

№ 6.  $\frac{3}{7}$  молока отправлено в школу, 14% - в детский сад, что составляет 49 литров. Сколько молока отправлено в школу и детский сад?

###### Вариант 2

№ 1. Вычислите:  $(1\frac{3}{4} + 0,91):1,4 + (1\frac{1}{5} - 1,911) * 1\frac{21}{79}$

№ 2. Обратите обыкновенную дробь в десятичную периодическую:

2)  $\frac{13}{15}$  ; 2)  $\frac{35}{111}$

№ 3. Обратите чистые периодические десятичные дроби в обыкновенные:

1) 0,(42) ; 2) 0,(513)

№ 4. Обратите смешанные периодические десятичные дроби в обыкновенные:

2) 0,0(27) ; 2) 0,0(01)

№ 5. Вычислите относительную погрешность числа  $e = 2,71$ , считая  $e = 2,7182$

№ 6. 12 км пройдено в 1-й день, что составляет 15% пути.  $\frac{2}{7}$  всего пути пройдено во второй день. Сколько пройдено за 2 дня?

##### Тема: Корни. Степени

###### Вариант 1

№ 1. Выполните действия и ответ запишите с помощью радикалов:

$$a) \frac{a^{-\frac{3}{2}} * b^{\frac{3}{4}} * c^0}{a^{-\frac{2}{3}} * b^{-\frac{4}{5}} * m}$$

$$б) \frac{(c + d)^{-\frac{4}{5}} * d^{-\frac{1}{2}}}{(c + d)^{-\frac{5}{4}} * d^{\frac{1}{2}}}$$

№ 2. Вычислите:

$$\text{a)} \quad \frac{3^{-1} * 3^0 + 15 * (1\frac{1}{2})^{-2}}{(\frac{1}{3})^{-1} - 4}$$

$$\text{б)} \quad \sqrt[4]{3\frac{3}{8} * 1\frac{1}{2}} + \frac{\sqrt[4]{5}}{\sqrt[4]{80}}$$

$$\text{в)} \quad 216^{\frac{1}{3}} * (\frac{1}{6})^{-2} - 5^{-1} * (\frac{1}{25})^{-\frac{1}{2}}$$

№ 3. Сравните числа:

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad \sqrt[5]{6} \quad \text{и} \quad \sqrt[5]{3}; \quad \text{б)} \quad \sqrt[7]{128} \quad \text{и} \quad \sqrt[5]{4}; \quad \text{в)} \quad 3^{200} \quad \text{и} \quad 4^{100}; \\ \text{г)} \quad \frac{1}{2}\sqrt[3]{2} \quad \text{и} \quad (\sqrt[6]{\frac{1}{2}})^2; \quad \text{д)} \quad \sqrt[3]{7} \quad \text{и} \quad \sqrt[6]{40} \end{aligned}$$

№ 4. Выполните действия:

$$\text{а)} \quad \frac{2a^3x^5}{3b^2y^4} * \frac{6ay^3}{5bx^4} * \frac{by}{a^2x^2} \quad \text{б)} \quad a^{\frac{3}{2}} b^{\frac{1}{2}} c^{\frac{3}{2}} a^{-\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}} c^{-\frac{3}{2}}$$

№ 5. Решите иррациональные уравнения

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad x+1=2-\sqrt{x-1} \\ \text{б)} \quad x=8+2\sqrt{x} \end{aligned}$$

№ 6. Решите систему уравнений:

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad \begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 6 \\ x + y = 26 \end{cases} \quad \text{б)} \quad \begin{cases} 2\sqrt[3]{x} + 3\sqrt[3]{y} = -1 \\ 2\sqrt[3]{x} - 3\sqrt[3]{y} = -7 \end{cases} \end{aligned}$$

Вариант 2

№ 1. Выполните действия и ответ запишите с помощью радикалов:

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad \frac{a^{-\frac{5}{6}} * b^{-\frac{3}{4}} * c^0}{a^{-\frac{3}{2}} * b^{-\frac{4}{3}}} \quad \text{б)} \quad \frac{a^{-\frac{3}{2}} b^{-4} d^3 m^0}{a^{-\frac{5}{3}} b^{-\frac{3}{4}} d^{-\frac{4}{3}}} \end{aligned}$$

№ 2. Вычислите:

$$\text{а)} \quad \frac{(-\frac{1}{4})^2 * (\frac{1}{2})^{-3} + 2^{-3}}{15 * 15^0 - (0,1)^{-1}}$$

$$\text{б)} \quad \sqrt[5]{1\frac{11}{16} * 4,5} - \frac{\sqrt[5]{9}}{\sqrt[5]{288}}$$

$$в) \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}} * 16^{\frac{1}{2}} - 2^{-1} * \left(\frac{1}{25}\right)^{-\frac{1}{2}} * 8^{\frac{1}{3}}$$

№ 3. Сравните числа:

$$\begin{aligned} а) \sqrt[3]{16} \text{ и } 2^{\frac{5}{4}}; \quad б) \sqrt[8]{0,2} \text{ и } \sqrt[8]{0,3}; \\ в) 3^{200} \text{ и } 2^{500}; \quad г) (\sqrt{3})^{-\frac{5}{6}} \text{ и } \sqrt[3]{3^{-1} \sqrt[4]{\frac{1}{3}}}; \end{aligned}$$

№ 4. Выполните действия:

$$а) \frac{4a^7b^4}{5c^4d^3} * \frac{15bc^3}{8a^6d^2} * \frac{2cd}{3ad} \quad б) \left(\frac{9x^2}{4y^{-2}}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

№ 5. Решите иррациональные уравнения

$$а) 1 - \sqrt{x-2} = x-1 \quad б) x - 8\sqrt{x} = 9$$

№ 6. Решите систему уравнений:

$$\begin{aligned} а) \begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 7 \\ x + y = 25 \end{cases} \quad б) \begin{cases} 3\sqrt[3]{x} + 2\sqrt[3]{y} = 3 \\ 3\sqrt[3]{x} - 2\sqrt[3]{y} = -9 \end{cases} \end{aligned}$$

**Тема: Логарифмы**

Вариант 1

Часть 1.

№ 1. Вычислите значение x:

$$\begin{aligned} 1) \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{1}{8} = x; \quad 2) \log_x 0,125 = -3; \quad 3) \log_{16} x = \frac{3}{4}; \\ 4) \log_6 x = -2; \quad 5) \log_3 \frac{1}{\sqrt{3}} = x \end{aligned}$$

№ 2. Найдите значение выражения:

$$\begin{aligned} а) (2^{\log_2 \sqrt[4]{3}})^{-4} \\ б) \frac{\log_{27} 81 - \log_{27} 9}{\lg 150 - \lg 15} \\ в) \log_2 7 + \log_2 \frac{16}{7} \end{aligned}$$

№ 3. Сравните числа:

$$\begin{aligned} а) \log_4 3 \text{ и } \log_4 4; \\ б) \log_{\frac{1}{7}} 5 \text{ и } \log_{\frac{1}{7}} 6; \\ в) \log_2 3 + \log_2 4 \text{ и } \log_2 (3+4); \end{aligned}$$

г)  $\log_2 3,8$  и  $\log_2 4,7$ ;

д)  $\log_{\sqrt{2}} 3$  и  $1$

№ 4. Выполните потенцирование ( $a>0$ ,  $b>0$ ,  $a>b$ ):

1)  $\log_2 x = 2\log_2 3 + \log_2 5 - \log_2 4$

2)  $\log_a x = 2\log_a 13 - \frac{2}{5}\log_a 2 - \frac{1}{3}\log_a 7$

3)  $\lg A = -2 + \frac{1}{2}\lg(x+3) - 2\lg x$

№ 5. Прологарифмируйте выражение:

1)  $A = 3a^2 b^2 \sqrt[3]{cy^{\frac{1}{3}}}$ ; 2)  $A = 4(a-b)^2$ ; 3)  $A = \frac{\sqrt{3} b^2}{\sqrt[3]{c} d^3}$

### Тема: Логарифмы

#### Вариант 1

#### Часть 2 (Дополнительное задание)

№ 1. Упростите:

а)  $\sqrt{3} * \sqrt[3]{3} * \sqrt[6]{3} - (\sqrt[7]{4})^7$ ;

б)  $\sqrt{x \sqrt[5]{x \sqrt[3]{x}}}$  при  $x = 5^{-\frac{30}{19}}$

№ 2. Решите уравнения:

а)  $\sqrt[3]{3x-1} = -5$

б)  $\sqrt{3x-1} = \sqrt{x^2 + x - 4}$

в)  $\sqrt{3x-1} - 1 = -3x$

№ 3. Решите систему уравнений:

а) 
$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 6 \\ x + y = 26 \end{cases}$$

б) 
$$\begin{cases} 2\sqrt{3y+x} - \sqrt{6y-x} = 1 \\ \sqrt{3y+x} + \sqrt{6y-x} = 8 \end{cases}$$

Вариант 2  
Часть 1.

№ 1. Вычислите значение  $x$ :

1)  $\log_{3\sqrt{3}} \frac{1}{27} = x$ ;    2)  $\log_x 4 = -\frac{1}{2}$ ;    3)  $\log_5 x = -3$ ;

4)  $\log_x 8 = -\frac{1}{2}$ ;    5)  $\log_{\sqrt{5}} \sqrt[4]{125} = x$

№ 2. Найдите значение выражения:

а)  $(6^{\log_6 \sqrt[5]{3}})^{-5}$

б)  $\log_2 24 - \log_2 6$

в)  $\frac{\log_{12} 4 + \log_{12} 36}{\lg 8 - \lg 80}$

№ 3. Сравните числа:

а)  $\log_2 5$  и  $\log_2 7$ ;

б)  $\log_{\frac{1}{3}} 0,15$  и  $\log_{\frac{1}{3}} 0,2$ ;

в)  $\log_4 3 + \log_4 5$  и  $\log_4 (3+5)$ ;

г)  $\log_{0,2} 1,8$  и  $\log_{0,2} 2,1$ ;

д)  $\log_{\pi} 2,9$  и 1

№ 4. Выполните потенцирование ( $a > 0$ ,  $b > 0$ ,  $a > b$ ):

1)  $\log_3 x = 2\log_3 4 - \log_3 27 + \log_3 9$

2)  $\log_a x = 3\log_a 4 - \frac{1}{2}\log_a 4 + \frac{2}{3}\log_a 2$

3)  $\ln A = \ln \cos x - \ln \sin x$

№ 5. Прологарифмируйте выражение:

1)  $A = 2m^3 a^2 y^{\frac{1}{5}} \sqrt[7]{c}$ ; 2)  $A = 2(a+b)^2$ ; 3)  $A = \frac{\sqrt[5]{a^2} b^3}{d^3 \sqrt{c}}$

**Тема: Иррациональные уравнения**

№ 1. Упростите:

а)  $\sqrt{2} * \sqrt[3]{2} * \sqrt[6]{2} + (\sqrt[5]{5})^5$ ;

2)  $\sqrt{x} \sqrt[4]{x} \sqrt[2]{x}$  при  $x = 5^{-\frac{14}{9}}$

№ 2. Решите уравнения:

- а)  $\sqrt[3]{2x+3} = -3$   
 б)  $\sqrt{4x+3} = \sqrt{x^2+x-1}$   
 в)  $2x + \sqrt{2x+3} = -3$

№ 3. Решите систему уравнений:

- а) 
$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 7 \\ x + y = 25 \end{cases}$$
  
 б) 
$$\begin{cases} \sqrt{x+y} - \sqrt{2y-5x} = 1 \\ \sqrt{x+y} + \sqrt{2y-5x} = 5 \end{cases}$$

**Тема: Синус, косинус, тангенс и котангенс**  
 Вариант 1

№ 1. Вычислите:

- а)  $\sin 75^\circ$       б)  $\cos \frac{\pi}{15} \cos \frac{\pi}{10} - \sin \frac{\pi}{15} \sin \frac{\pi}{10}$   
 в)  $\cos 210^\circ$       г)  $\sin 75^\circ + \sin 15^\circ$       д)  $\cos \frac{7\pi}{12} * \cos \frac{\pi}{12}$

№ 2. Упростите выражения:

- а)  $\cos \alpha \sin 5\alpha - \sin \alpha \cos 5\alpha$   
 б)  $\cos(\alpha - \beta) - \sin \alpha \sin \beta$   
 в) 
$$\frac{\sin 38^\circ \cos 12^\circ + \cos(-38^\circ) \sin 12^\circ}{\cos 40^\circ \cos 10^\circ + \sin(-40^\circ) \sin 10^\circ}$$
  
 г)  $\cos(150^\circ - \alpha) - \cos(210^\circ + \alpha)$   
 д) 
$$\frac{\operatorname{tg} 2x + \operatorname{tg} 3x}{1 - \operatorname{tg} 2x \operatorname{tg} 3x}$$

№ 3. Найдите значение выражения при  $\alpha = \frac{\pi}{4}$ :

$$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cos(2\pi + \alpha) - \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \sin(3\pi - \alpha)}{2 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}$$

№ 4. Дано:  $\cos \alpha = \frac{1}{2}$  è  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$

Вычислите  $\sin \alpha$ ,  $\operatorname{tg} \alpha$ ,  $\sin \frac{\alpha}{2}$ ,  $\cos 2\alpha$

№ 5. Докажите тождества

а)  $2 \sin^2 \alpha + \cos 2\alpha = 1$

б)  $\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta} = \cos \alpha \cos \beta$  в)  $\frac{2 \sin \alpha + \sin 2\alpha}{2 \sin \alpha - \sin 2\alpha} = \operatorname{ctg}^2 \frac{\alpha}{2}$

Вариант 2

№ 1. Вычислите:

а)  $\cos 105^\circ$  б)  $\sin \frac{\pi}{6} \cos \frac{\pi}{12} + \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{6}$

в)  $\sin 150^\circ$  г)  $\cos \frac{7\pi}{12} * \cos \frac{\pi}{12}$  д)  $\cos 75^\circ + \cos 15^\circ$

№ 2. Упростите выражения:

а)  $\sin 3x \cos 2x + \sin 2x \cos 3x$

б)  $\sin(\alpha + \beta) - \cos \alpha \sin \beta$

в)  $\frac{\cos 65^\circ \cos 40^\circ - \sin 65^\circ \sin(-40^\circ)}{\sin 17^\circ \cos 8^\circ + \cos 17^\circ \sin 8^\circ}$

г)  $\sin(\alpha + 120^\circ) - \sin(60^\circ - \alpha)$

д)  $\frac{\operatorname{tg} 3x - \operatorname{tg} 2x}{1 + \operatorname{tg} 2x \operatorname{tg} 3x}$

№ 3. Найдите значение выражения при  $\alpha = \frac{\pi}{4}$ :

$$\frac{\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)}{\cos(2\pi + \alpha) \operatorname{tg}(\pi + \alpha)}$$

№ 4. Дано:  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$  è  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$

Вычислите  $\cos \alpha$ ,  $\operatorname{ctg} \alpha$ ,  $\cos \frac{\alpha}{2}$ ,  $\sin 2\alpha$

№ 5. Докажите тождества

а)  $1 + \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha$

б)  $\frac{\sin(\alpha + \beta) - 2 \sin \alpha \cos \beta}{2 \sin \alpha \sin \beta + \cos(\alpha + \beta)} = \operatorname{tg}(\alpha - \beta)$

$$в) \quad \frac{2 \sin x - \sin 2x}{2 \sin x + \sin 2x} = \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}$$

### Тема: Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства

#### Вариант 1

№ 1. Решите уравнения:

1)  $2 \cos \frac{x}{4} = \sqrt{3};$

2)  $2 \sin 2x + \sqrt{3} = 0;$

3)  $\sqrt{3} \operatorname{tg}(x - \frac{\pi}{6}) = 0;$

4)  $\operatorname{tg} 3x \cdot (\sqrt{2} - \sin x) = 0;$

5)  $\sin x + \sin(\pi + x) - \cos(\frac{\pi}{2} + x) = 1$

№ 2. Решите неравенства:

а)  $2 \cos x - 1 \geq 0$

б)  $\sin 2x + \frac{\sqrt{2}}{2} < 0$

в)  $\operatorname{tg} x > 1$

№ 3. Найдите какой-либо корень уравнения  $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , удовлетворяющий неравенству  $\sin x < 0$ .

№ 4. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} \cos(x + y) = 0 \\ \cos y = -1 \end{cases}$$

#### Вариант 2

№ 1. Решите уравнения:

1)  $2 \cos \frac{x}{3} = -1;$

2)  $2 \sin 2x - \sqrt{2} = 0;$

3)  $\operatorname{tg}(x - \frac{\pi}{3}) - 1 = 0;$

4)  $\operatorname{tg} x \cdot (2 - \cos x) = 0;$

5)  $\cos x - \sin(\frac{\pi}{2} - x) + \cos(\pi + x) = 0$

№ 2. Решите неравенства:

а)  $\sqrt{2} \sin x + 1 < 0$

б)  $2 \cos x - \sqrt{2} \geq 0$

в)  $\operatorname{ctg} x < 1$

№ 3. Найдите какой-либо корень уравнения  $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , удовлетворяющий неравенству  $\cos x < 0$ .

№ 4. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} \sin(x + y) = 0 \\ \cos y = 1 \end{cases}$$

### Тема: Функции, их свойства и графики

#### Вариант 1

№ 1. Найдите область определения функции:

а)  $y = \lg \frac{3x+1}{1-3x}$ ;

б)  $y = \frac{\sqrt{x^2+2x+1}}{x-1}$

№ 2. Выясните четность (нечетность) функции  $f(x) = 4x - \operatorname{tg} 2x$ .

№ 3. Найдите наименьший положительный период у функций:

а)  $f(x) = \frac{1}{3} \sin \frac{x}{2}$ ;

б)  $h(x) = -2 \operatorname{ctg} (3x + \frac{\pi}{4})$ ;

в)  $g(x) = \sin 2x + \operatorname{tg} \frac{x}{2}$ .

№ 4. Найдите промежуток (промежутки) возрастания функции  $f(x) = \sqrt{4+4x+x^2}$ .

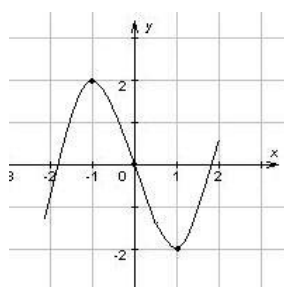
а)  $(-\infty; +\infty)$ ;

б)  $[2; +\infty)$ ;

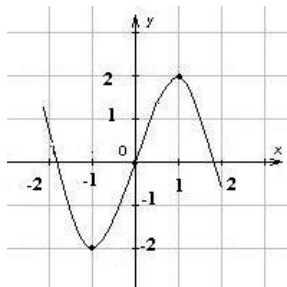
в)  $(-\infty; 2]$ ;

г)  $[-2; 2]$ .

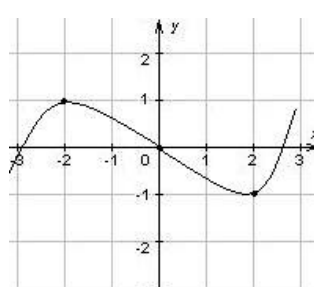
№ 5. Укажите график функции  $f(x) = -x^3 + 3x$ .



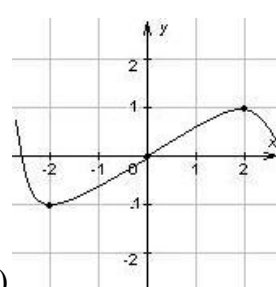
а)



б)



в)



г)

№ 6. Изобразите график непрерывной функции, зная, что:

а) область определения функции есть промежуток  $[-3; 4]$ ;

б) значения функции составляют промежуток  $[-4; 3]$ ;

в) функция убывает на промежутке  $[-3; 1]$ , возрастает на промежутке  $[1; 4]$ ;

г) значения функции отрицательны только в точках промежутка  $(-1; 2)$ ;

д)  $f(-3) = 2$ ;  $f(4) = 3$ ;  $f(0) = -3$ .

№ 7. Изобразите схематично график функции и перечислите её свойства:

а)  $y = \frac{1}{x+2}$ ;

б)  $y = \frac{1}{2} \cos 2x$

Вариант 2

№ 1. Найдите область определения функции:

а)  $y = \lg \frac{5-4x}{12x+1}$ ;

б)  $y = \sqrt{\frac{4-x^2}{x-1}}$

№ 2. Выясните четность (нечетность) функции  $f(x) = x^2 + 3 \cos x$ .

№ 3. Найдите наименьший положительный период у функций:

а)  $f(x) = -2 \cos \frac{x}{6}$ ;

б)  $h(x) = 5 \operatorname{ctg} (3x + \frac{\pi}{6})$ ;

в)  $g(x) = \sin 3x \cos x + \cos 3x \sin x$ .

№ 4. Найдите промежуток (промежутки) убывания функции  $f(x) = \sqrt{9-6x+x^2}$ .

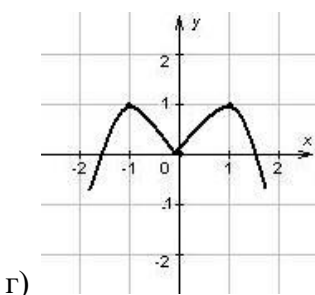
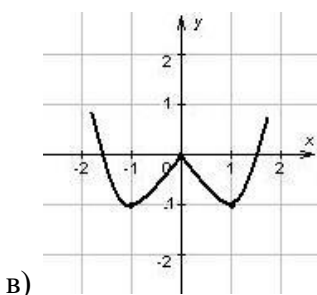
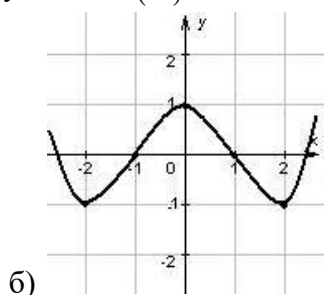
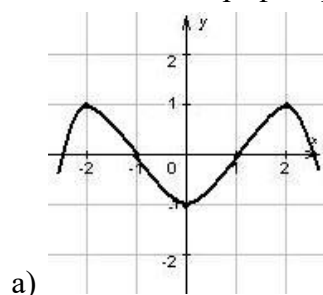
а)  $[3; +\infty)$ ;

б)  $(-\infty; +\infty)$ ;

в)  $(-\infty; 3]$ ;

г)  $[-3; 3]$ .

№ 5. Укажите график функции  $f(x) = -x^4 + 2x^2$ .



№ 6. Изобразите график непрерывной функции, зная, что:

а) область определения функции есть промежуток  $[-2; 5]$ ;

б) значения функции составляют промежуток  $[-4; 5]$ ;

в) функция возрастает на промежутках  $[-2; 0]$  и  $[3; 5]$ , убывает на промежутке  $[0; 3]$ ;

г) нули функции 0 и 4;

д)  $f(-2) = -3$ ,  $f(3) = -4$ ,  $f(5) = 4$ .

№ 7. Изобразите схематично график функции и перечислите её свойства:

а)  $y = (x-2)^4$ ;

б)  $y = 0,5 \sin 2x$

Тема: Рациональные и иррациональные уравнения и неравенства

Вариант 1

№ 1. Найдите область определения функции:

$y = \sqrt{x-5+\frac{6}{x}}$

№ 2. Решите уравнение:

а)  $\sqrt{2x^2+7}-2=x$ ;

б)  $\sqrt[3]{9x+1}=3x+1$

№ 3. Решите систему уравнений:

$$a) \begin{cases} \sqrt{5+x} + 3\sqrt{2-y} = 6 \\ 5\sqrt{2-y} - 2\sqrt{5+x} = -1 \end{cases};$$

$$б) \begin{cases} x - y = 40 \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = 10 \end{cases}$$

№ 4. Решите неравенство:

$$a) \sqrt{x+3} < x+1;$$

$$б) \sqrt{2x^2+7} - 2 \leq x$$

Вариант 2

№ 1. Найдите область определения функции:

$$y = \sqrt{\frac{8}{x+2}} - x$$

№ 2. Решите уравнение:

$$a) \sqrt{5-x^2} + x = 3;$$

$$б) \sqrt[3]{9x-1} = 3x-1$$

№ 3. Решите систему уравнений:

$$a) \begin{cases} 2\sqrt{3-y} + \sqrt{4+x} = 4 \\ 3\sqrt{4+x} - 4\sqrt{3-y} = 2 \end{cases};$$

$$б) \begin{cases} y - x = 8 \\ \sqrt{x} - \sqrt{y} = -2 \end{cases}$$

№ 4. Решите неравенство:

$$a) \sqrt{3-2x} \leq 6+x;$$

$$б) \sqrt{5-x^2} + x \geq 3$$

### Тема: Показательные уравнения и неравенства

#### Вариант 1

№ 1. Вычислите:

$$4^{2,5} - \left(\frac{1}{9}\right)^{-1,5} + \left(\frac{5}{4}\right)^{3,5} \square 0,8^{3,5}$$

№ 2. Найдите область определения функции:

$$f(x) = \sqrt{3^{x+1} - 27};$$

№ 3. Решите уравнение:

$$a) 49^{x+1} = \left(\frac{1}{7}\right)^x;$$

$$б) 2^{x+4} - 2^x = 120$$

$$в) 4^{2x} - 3 \square 4^x - 4 = 0$$

$$г) 4^{2x+1} + 3 \square 4^{2x-1} - 5 \square 4^{2x} = -64$$

№ 4. Решите неравенства:

$$a) \left(\frac{1}{4}\right)^{2+3x} < 8^{x-1};$$

$$б) \frac{1}{27} \leq 3^{2-x} < 27 \quad (\text{найдите целые решения неравенства});$$

в)  $3^x > 4$  (решите графически)

№ 5. Решите систему уравнений:

а) 
$$\begin{cases} \left(\frac{1}{5}\right)^{5x-y} = 25, \\ 2^{2x-y} = \frac{1}{32} \end{cases};$$

б) 
$$\begin{cases} 2^{x-3y} = 16, \\ 2x + y = 5 \end{cases}$$

в) 
$$\begin{cases} 2^x \cdot 3^y = 12, \\ 2^y \cdot 3^x = 18 \end{cases}$$

Вариант №2

№ 1. Вычислите:

$$9^{1,5} - \left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{4}{3}} + \left(\frac{5}{6}\right)^{4,5} \approx 1,2^{4,5}$$

№ 2. Найдите область определения функции:

$$f(x) = \sqrt{4^{x+2} - 32};$$

№ 3. Решите уравнение:

а)  $100^{2x+1} = 0,1;$

б)  $9 \cdot 81^{1-2x} = 27^{2-x}$

в)  $2^{2x} - 14 \cdot 2^x - 32 = 0$

г)  $2^{4x+3} - 3 \cdot 2^{4x-1} - 5 \cdot 2^{4x+1} = -56$

№ 4. Решите неравенства:

а)  $9^x > \left(\frac{1}{27}\right)^{2-x};$

б)  $0,2 \leq 5^{x+4} \leq 125$  (найдите целые решения неравенства);

в)  $\left(\frac{1}{5}\right)^x \leq x+1$  (решите графически)

№ 5. Решите систему уравнений:

а) 
$$\begin{cases} \left(\frac{1}{3}\right)^{2x-y} = 27, \\ 5^{3x-y} = \frac{1}{25} \end{cases};$$

б) 
$$\begin{cases} 64^{x-3y} = 8, \\ 12x + y = 2 \end{cases}$$

в) 
$$\begin{cases} 2^x \cdot 3^y = 108, \\ 2^x + 3^y = 31 \end{cases}$$

Тема: Логарифмические уравнения и неравенства

Вариант 1

№ 1. Найдите область определения функции:

$$y = \lg(4x^2 + 11x)$$

№ 2. Решите уравнение:

- а)  $\log_2(2x - 1) = 3$  ;
- б)  $\log_2(2x + 1) = \log_2 3 + 1$
- в)  $\log_2^2 x - 4 \log_2 x = 12$
- г)  $\log_4(x^2 - 9) - \log_4(2x - 9) = 2$

№ 3. Решите неравенства:

- а)  $2 \lg 6 - \lg x > 3 \lg 2$  ;
- б)  $\log_{\frac{1}{4}}(2x - 5) > -1$  ;
- в)  $\lg(3x - 7) - \lg(x + 1) \leq 0$

№ 4. Решите систему уравнений:

- а)  $\begin{cases} x - y = 60, \\ \log_2(x + y) = 6 \end{cases}$  ;
- б)  $\begin{cases} \log_{\sqrt{2}}(x - y) = 2, \\ 2^x \cdot 5^{x-2y} = 40 \end{cases}$

Вариант № 2

№ 1. Найдите область определения функции:

$$y = \lg \frac{4 - 5x}{x - 3}$$

№ 2. Решите уравнение:

- а)  $\log_2(2x + 1) = 4$  ;
- б)  $\log_3(2x + 1) = \log_3 13 + 1$
- в)  $\log_2^2 x - 4 \log_2 x = -3$
- г)  $\log_3(x^2 - 7) - \log_3(x - 1) = 1$

№ 3. Решите неравенства:

- а)  $\frac{1}{2} \lg 81 - \lg x > \lg 2$  ;
- б)  $\lg(2x + 1) < 0$  ;
- в)  $\log_{0,25}(3x - 5) > -3$

№ 4. Решите систему уравнений:

- а)  $\begin{cases} x - y = 85, \\ \log_3(x + y) = 4 \end{cases}$  ;
- б)  $\begin{cases} 3^{2 + \log_3(2x - y)} = 45, \\ \log_8(x + y) + \log_8(x - y) = 1 \end{cases}$

Тема: Тригонометрические уравнения и неравенства

Вариант 1

№ 1. Решите уравнение:

- а)  $\sin^2 x - 4 \sin x - 5 = 0$  ;
- б)  $3 \cos x - 2 \sin^2 x = 0$
- в)  $\sin 2x + 2 \cos^2 x = 0$

г)  $\sin 3x \cdot \cos x = \cos 3x \cdot \sin x - 0,5\sqrt{3}$

д)  $7 \sin^2 x = 8 \sin x \cdot \cos x - \cos^2 x$

№ 2. Решите неравенства:

а)  $\sqrt{2 \sin \frac{x}{2} - 1} > 0$  ;

б)  $\operatorname{tg}\left(\frac{x}{3} - 1\right) \leq -1$  ;

в)  $6 \cos^2 x - 5 \cos x + 1 \leq 0$

№ 3. Решите уравнение  $\sin 4x - \sin 2x = 0$  и найдите все его корни, принадлежащие промежутку

$\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ . Укажите его наименьший положительный корень.

№ 4. Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций  $y = 1 - 3 \cos x$  и  $y = \cos x - 1$ .

№ 5. Решите уравнение  $1 - 2 \sin^2 x = 0$ . Найдите сумму его корней, принадлежащих промежутку  $[0; 2\pi]$ .

№ 6. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} y + \sin x = 5, \\ 4y + 2 \sin x = 19 \end{cases};$$

Вариант 2

№ 1. Решите уравнение:

а)  $\cos^2 x - 5 \cos x - 6 = 0$  ;

б)  $2 \cos^2 x + 2 \sin x = 2,5$

в)  $\sin 2x = 2\sqrt{3} \sin^2 x$

г)  $\cos 5x \cdot \cos x = \sin 5x \cdot \sin x - 0,5$

д)  $2 \sin^2 x = 9 \sin x \cdot \cos x + 7 \cos^2 x$

№ 2. Решите неравенства:

а)  $\operatorname{ctg}\left(\frac{x}{3} - 1\right) \leq 1$  ;

б)  $\sqrt{4 \cos 3x + 2} \geq 0$  ;

в)  $6 \sin^2 x - 5 \sin x + 1 \leq 0$

№ 3. Решите уравнение  $\cos 3x + \cos x = 0$  и найдите все его корни, принадлежащие промежутку

$\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ . Укажите его наименьший положительный корень.

№ 4. Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций  $y = \sqrt{2} - 3 \sin x$  и  $y = \sin x - \sqrt{2}$ .

№ 5. Решите уравнение  $3 - 4 \sin^2 x = 0$ . Найдите сумму его корней, принадлежащих промежутку  $[0; 2\pi]$ .

№ 6. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 3y + 2 \operatorname{tg} x = 4, \\ 2y + 3 \operatorname{tg} x = 1 \end{cases};$$

Тема: Производная

Вариант 1

№ 1. Вычислите предел функции:

1)  $\lim_{x \rightarrow 2} (-2x + 3);$

2)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 2x}{2x^2 - 5x}$

3)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 9}$

№ 2. Исследовать на непрерывность функцию  $y = 2x^2 + 1$  в точке  $x = 2$ .

№ 3. Для функций найдите  $f'(x)$ , пользуясь определением производной:

1)  $f(x) = 4 - 2x$  в точке  $x_0 = 11$ ;

2)  $f(x) = 2x^2 - 3x + 4$  в точке  $x_0 = -1$ .

№ 4. Найдите производную функции:

1)  $h(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x^{-3} + \frac{1}{x^6};$

2)  $g(x) = (3x^2 - 4)(2x^3 - 2x);$

3)  $f(x) = \frac{5 - 4x}{2x - 3};$

4)  $k(x) = (3x - 2)^{50};$

5)  $\varphi(x) = 4x^4 \sqrt{x^3};$

6)  $y(x) = 2 \sin(3x + \frac{\pi}{4});$

7)  $\psi(x) = e^{3x} + \log_3 2x;$

№ 5. Решите уравнение  $f'(x) = 0$ , если  $f(x) = \sin 5x \sin 3x + \cos 5x \cos 3x$ .

№ 6. Для функции  $\varphi(x)$  найдите  $\varphi'(1)$ , если  $\varphi(x) = (2x - 1)^{16}$ .

№ 7. Найдите все значения  $x$ , при которых  $f'(x) > 0$ , если  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2$ .

№ 8. К графику функции  $f(x) = x^5 - 6x^3$  проведена касательная через точку с абсциссой  $x_0 = 1$ . Вычислите тангенс угла наклона этой касательной к оси абсцисс.

№ 9. Напишите уравнение касательной к кривой  $y = 2x^3 - 3x^2 + 4x - 6$  в точке с абсциссой  $x = 0$ .

№ 10. Найдите область определения функции  $y = \sqrt{x - \frac{5x}{2+x}}$ .

Вариант 2

№ 1. Вычислите предел функции:

1)  $\lim_{x \rightarrow -1} (3 - 4x);$

2)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x^2 + 3x}{4x^2 + 2x}$

3)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2}$

№ 2. Исследовать на непрерывность функцию  $y = x^3 + 2x - 4$  в точке  $x = -1$ .

№ 3. Для функций найдите  $f'(x)$ , пользуясь определением производной:

1)  $f(x) = 3x - 1$  в точке  $x_0 = -12$ ;

2)  $f(x) = 2x - 3 + 2x^2$  в точке  $x_0 = 1$ .

№ 4. Найдите производную функции:

- 1)  $h(x) = \frac{1}{4}x^4 - 5x^{-2} - \frac{1}{x^3}$ ;
- 2)  $g(x) = (3 + 2x^2)(2x^3 - x)$ ;
- 3)  $f(x) = \frac{2 - 4x}{3 + 3x}$ ;
- 4)  $k(x) = (3 - 4x)^{20}$ ;
- 5)  $\varphi(x) = 5x\sqrt[5]{x^4}$ ;
- 6)  $y(x) = 3\cos\left(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{2}\right)$ ;
- 7)  $\psi(x) = 5^{-3x} + \ln(2 + 5x)$ ;

№ 5. Решите уравнение  $f'(x) = 0$ , если  $f(x) = \cos 2x \sin x + \sin 2x \cos x$ .

№ 6. Для функции  $\varphi(x)$  найдите  $\varphi'(1)$ , если  $\varphi(x) = (3x - 2)^{15}$ .

№ 7. Найдите все значения  $x$ , при которых  $f'(x) > 0$ , если  $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^3$ .

№ 8. К графику функции  $f(x) = x^3 - 3x^2$  проведена касательная через точку с абсциссой  $x_0 = -1$ . Вычислите тангенс угла наклона этой касательной к оси абсцисс.

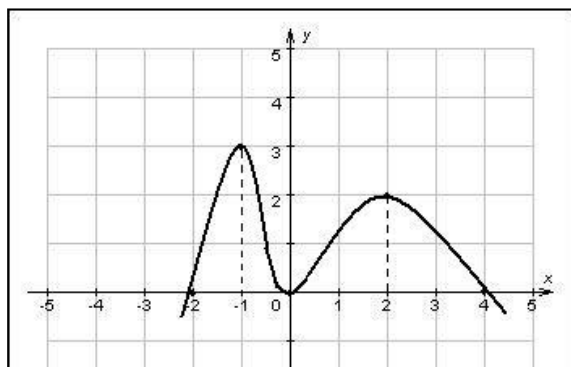
№ 9. Напишите уравнение касательной к кривой  $y = x^3 + x^2 - 7x + 2$  в точке с абсциссой  $x = 0$ .

№ 10. Найдите область определения функции  $y = \sqrt{\frac{3}{x+2}} - x$ .

### Тема: Применение производной к исследованию функции

#### Вариант 1

№ 1. По графику функции  $y = f(x)$  заполните таблицу:



№ 2. Свойства функции  $y = f(x)$  описаны в таблице. Изобразите схематически график функции, если она непрерывна на множестве действительных чисел.

| $x$     | $(-\infty; -3)$ | $-3$ | $(-3; -1)$ | $-1$ | $(-1; 0)$ | $0$  | $(0; 1)$  | $1$ | $(1; 3)$  | $3$  | $(3; 6]$  |
|---------|-----------------|------|------------|------|-----------|------|-----------|-----|-----------|------|-----------|
| $f'(x)$ | -               | 0    | +          | 0    | -         | 0    | +         | 0   | -         | 0    | +         |
| $f(x)$  | $\square$       | $-6$ | $\square$  | $0$  | $\square$ | $-2$ | $\square$ | $0$ | $\square$ | $-4$ | $\square$ |
|         |                 | min  |            | max  |           | min  |           | max |           | min  |           |

№ 3. Дана функция  $f(x) = -\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 2x - 3$ . Найдите её критические точки.

№ 4. Найдите точки экстремума функции:  $f(x) = 0,5x^4 - 2x^3$

№ 5. Найдите промежутки убывания функции  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 5$ .

№ 6. Найдите промежутки возрастания функции  $f(x) = \frac{3x+2}{1-4x}$ .

№ 7. Исследуйте функцию  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 4$  на экстремум с помощью второй производной.

№ 8. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 3$  в заданных промежутках  $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$ .

№ 9. Площадь прямоугольника равна  $81 \text{ см}^2$ . Найдите наименьший возможный периметр этого прямоугольника.

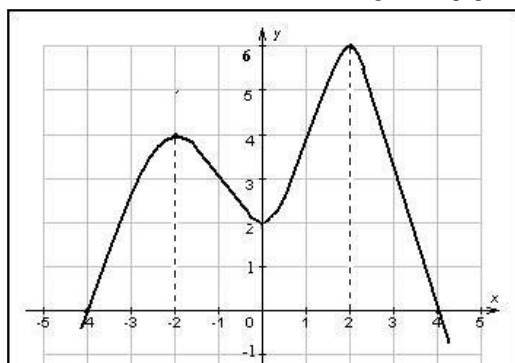
№ 10. Найдите промежутки выпуклости кривой  $y = 2x^3 + 1$ .

№ 11. Найдите точки перегиба кривой  $f(x) = x^3 - x$ .

№ 12. Исследуйте функцию и постройте её график:  $f(x) = 4x^2 - x^4$ .

Вариант 2

№ 1. По графику функции  $y = h(x)$  заполните таблицу:



№ 2. Свойства функции  $y = f(x)$  описаны в таблице. Изобразите схематически график функции, если она непрерывна на множестве действительных чисел.

|         |            |      |           |     |           |     |           |     |                |
|---------|------------|------|-----------|-----|-----------|-----|-----------|-----|----------------|
| $x$     | $[-6; -4)$ | $-4$ | $(-4; 0)$ | $0$ | $(0; 4)$  | $4$ | $(4; 6)$  | $6$ | $(6; +\infty)$ |
| $f'(x)$ | +          | 0    | -         | 0   | +         | 0   | -         | 0   | +              |
| $f(x)$  | $\square$  | 4    | $\square$ | 2   | $\square$ | 6   | $\square$ | -3  | $\square$      |
|         |            | max  |           | min |           | max |           | min |                |

№ 3. Дана функция  $f(x) = -\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{4} + 3x - 2$ . Найдите её критические точки.

№ 4. Найдите точки экстремума функции:  $f(x) = 1,5x^4 + 3x^3$

№ 5. Найдите промежутки возрастания функции  $f(x) = x^3 + 9x^2 - 4$ .

№ 6. Найдите промежутки убывания функции  $f(x) = \frac{1+4x}{2x-3}$ .

№ 7. Исследуйте функцию  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 5x + 5$  на экстремум с помощью второй производной.

№ 8. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$  в заданном промежутке  $\left[-4; -\frac{1}{3}\right]$ .

№ 9. Площадь прямоугольника равна  $25 \text{ см}^2$ . Найдите наименьший возможный периметр этого прямоугольника.

№ 10. Найдите промежутки выпуклости кривой  $y = -3x^3 - 2$ .

№ 11. Найдите точки перегиба кривой  $f(x) = 6x^2 - 2x^3$ .

№ 12. Исследуйте функцию и постройте её график:  $f(x) = 5x^3 - 3x^5$ .

### Тема: Интегральное исчисление

#### Вариант 1

№ 1. Для функции  $f(x)$  найдите общий вид её первообразных  $F(x)$ :

а)  $f(x) = x^2 - 4x - 12$ ;

б)  $f(x) = \sin x - 2 \cos x$

в)  $f(x) = \frac{6}{x^2}$

г)  $f(x) = (2x - 3)^4$

№ 2. Дана функция  $f(x) = \sin 3x$ . Найдите её первообразную  $F(x)$ , если  $F(\pi) = 2$ .

№ 3. Вычислите:

а)  $\int_{-1}^2 (x^2 - 6x + 9) dx$ ;      б)  $\int_0^{\pi} \sin \frac{x}{3} dx$

№ 4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком функции  $y = -x^2 + 3x + 4$  и прямой  $y = 0$ .

№ 5. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2 + 2$  и  $y = x + 4$ .

№ 6. Точка движется вдоль координатной прямой по закону мгновенной скорости  $V(t) = 2t - 3$ . Найдите координату точки через 5 с после начала движения, если через 2 с её координата была равна 3.

#### Вариант 2

№ 1. Для функции  $g(x)$  найдите общий вид её первообразных  $G(x)$ :

а)  $g(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 5$ ;

б)  $g(x) = \frac{5}{\cos^2 x} - 3 \sin x$

в)  $g(x) = \sqrt{x}$

г)  $g(x) = \left(\frac{x}{2} + 4\right)^3$

№ 2. Дана функция  $f(x) = 2x - 1$ . Найдите её первообразную  $F(x)$ , если  $F(2) = 0,5$ .

№ 3. Вычислите:

а)  $\int_1^3 (4x - x^2) dx$ ;      б)  $\int_{\frac{5\pi}{3}}^{\frac{3\pi}{2}} \cos 0,5x dx$

№ 4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиками функций  $y = \sin x$ ,  $x = \frac{\pi}{2}$  и  $y = 0$ .

№ 5. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = -x^2 + 4$  и  $y = 2 - x$ .

№ 6. Точка движется по координатной прямой по закону  $S(t)$ , причем  $V_{\text{ср}}(t) = 6t^2 - 1$ . Найдите  $S(2)$ , если  $S(1) = 3$ .

## Раздел 2. Элементы теории вероятностей и математической статистики

### Тема: Элементы комбинаторики, случайная величина, её вероятность и математическое ожидание

1. Упорядоченное множество, отличающееся только порядком элементов, называется
  - а) перестановкой
  - б) размещением
  - в) сочетанием
  - г) разностью
2. Упорядоченное подмножество из  $n$  элементов по  $m$  элементов, отличающиеся друг от друга либо самими элементами либо порядком их расположения, называется ...
  - а) сочетанием
  - б) размещением
  - в) перестановкой
  - г) разностью
3. ... из  $n$  элементов по  $m$  называется любое подмножество из  $m$  элементов, которые отличаются друг от друга по крайней мере одним элементом.
  - а) перестановкой
  - б) размещением
  - в) сочетанием
  - г) разностью
4. Событие, которое обязательно произойдет, называется ...
  - а) невозможным
  - б) достоверным
  - в) случайным
  - г) достоверным и случайным
5. Событие называется ..., если оно не может произойти в результате данного испытания.
  - а) случайным
  - б) невозможным
  - в) достоверным
  - г) достоверным и случайным
6. Событие  $A$  и  $\bar{A}$  называется ..., если непоявление одного из них в результате данного испытания влечет появление другого.
  - а) совместным
  - б) несовместным
  - в) противоположным
  - г) несовместным и противоположным
7. Число перестановок определяется формулой
  - а)  $P_n = n!$
  - б)  $C_n^m = \frac{n!}{(n-m)!m!}$
  - в)  $C_n^m = \frac{n!}{(n-m)!m!} + n!$
  - г)  $A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$
8. Число сочетаний определяется формулой

- а)  $C_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$   
 б)  $C_m^n = \frac{n!}{(n-m)!}$   
 в)  $C_n^m = \frac{n!}{(n-m)!m!}$   
 г)  $C_n^m = \frac{n!}{(n-m)!+n!}$

9. Вероятность достоверного события

- а) больше 1  
 б) равна 1  
 в) равна 0  
 г) меньше 1

10. Вероятность невозможного события равна

- а) больше 1  
 б) равна 1  
 в) равна 0  
 г) меньше 1

11. Отношение числа испытаний, в которых событие появилось, к общему числу фактически произведенных испытаний называется

- а) классической вероятностью  
 б) относительной частотой  
 в) физической частотой  
 г) геометрической вероятностью

12. Отношение меры области, благоприятствующей появлению события, к мере всей области называется

- а) геометрической вероятностью  
 б) классической вероятностью  
 в) относительной частотой  
 г) физической частотой

13. Вероятность появления события А определяется неравенством

- а)  $0 < P(A) < 1$   
 б)  $0 \leq P(A) \leq 1$   
 в)  $0 < P(A) \leq 1$   
 г) нет верного ответа

14. Сумма вероятностей противоположных событий равна

- а) 1  
 б) 0  
 в) -1  
 г) 2

15. Вероятность  $P_A(B)$  называется

- а) классической вероятностью  
 б) геометрической вероятностью  
 в) условной вероятностью  
 г) относительной частотой

16. Формула  $P(A) = P(H_1)P_{H_1}(A) + P(H_2)P_{H_2}(A) + \dots + P(H_n)P_{H_n}(A)$  называется

- а) формулой полной вероятности  
 б) формулой Байеса

- в) формулой Бернулли  
г) формулой Ньютона
17. Вычислить  $P_4$

- а) 4  
б) 16  
в) 24  
г) 32

18. Вычислить  $A_6^4$

- а) 8  
б) 12  
в) 6  
г) 16

19. Случайной величиной называется переменная величина, которая в зависимости от исходов испытания принимает то или иное значение:

- а) Не зависящее от случая  
б) Зависящее от случая  
в) Зависящее от переменной  
г) Не зависящее от переменной

20. Случайная величина, принимающая различные значения, которые можно записать в виде конечной или бесконечной последовательности, называется:

- а) Случайной величиной  
б) Дискретной случайной величиной  
в) Постоянной величиной  
г) Переменной величиной

### **Тема: Случайная величина. Вероятность**

#### **Вариант 1**

1. Из корзины, в которой находятся 4 белых и 7 черных шаров, вынимают один шар. Найти вероятность того, что шар окажется черным.
2. Определить вероятность появления «герба» при бросании монеты.
3. В корзине 20 шаров: 5 синих, 4 красных, остальные черные. Выбирают наудачу один шар. Определить, с какой вероятностью он будет цветным.

#### **Вариант 2**

1. В одной корзине находятся 4 белых и 8 черных шаров, в другой – 3 белых и 9 черных. Из каждой корзины вынули по шару. Найти вероятность того, что оба шара окажутся белыми.
2. Бросают две монеты. Определить, с какой вероятностью появится «герб» на обеих монетах.
3. Из корзины, в которой находятся 7 белых и 3 черных шара, вынимают один шар. Найти вероятность того, что шар окажется белым.

Время на выполнение: 30 мин.

Критерии оценивания

- «отлично» - верно выполнено 3 задания;  
«хорошо» - верно выполнено 2 задания;  
«удовлетворительно» - верно выполнено 2 задания, но имеются недочеты;  
«неудовлетворительно» - верно выполнено менее 2 заданий.

### **Раздел 3. Геометрия**

#### **Тема: Параллельность прямых и плоскостей**

##### **Вариант 1**

- № 1. Каково взаимное расположение точки А и прямой М, если через них можно провести:  
а) единственную плоскость;

б) более одной плоскости?

Сделайте соответствующий чертеж.

№ 2. Параллелограмм  $ABCD$  и треугольник  $DAM$  расположены так, что точка  $M$  не лежит в плоскости  $ABC$ . Точка  $O$  – точка пересечения диагоналей  $ABCD$ . Найдите линию пересечения плоскостей:

а)  $BMC$  и  $OMD$ ;

б)  $BMD$  и  $ACM$ .

№ 3. Точки  $A, B, C$  лежат в каждой из двух различных плоскостей. Докажите, что эти точки лежат на одной прямой.

№ 4. Через концы отрезка  $AB$  и его середину  $F$  проведены параллельные прямые, пересекающие некоторую плоскость в точках  $A_1, B_1, F_1$ .

Найдите длину отрезка  $FF_1$ , если отрезок  $AB$  не пересекает плоскость и если  $AA_1 = 4$  см,  $BB_1 = 10$  см.

№ 5. Параллельные плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  пересекают стороны угла  $ABC$  в точках  $A_1, C_1, A_2, C_2$  соответственно. Найдите длину отрезка  $BC_1$ , если

$$A_1B : A_1A_2 = 1 : 3, BC_2 = 12 \text{ см.}$$

№ 6. Через точку  $M$ , лежащую между параллельными плоскостями  $\alpha$  и  $\beta$ , проведены прямые  $l$  и  $k$ . Прямая  $l$  пересекает плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  в точках  $C$  и  $D$  соответственно, прямая  $k$  – в точках  $C_1$  и  $D_1$ .

Найдите длину отрезка  $CC_1$ , если  $CD : CM = 7 : 2, DD_1 = 10$  см.

## Вариант 2

№ 1. Каково взаимное расположение прямых  $m$  и  $k$ , если через них можно провести:

а) единственную плоскость;

б) более одной плоскости?

Сделайте соответствующий чертеж.

№ 2. Параллелограмм  $ABCD$  и треугольник  $BCK$  расположены так, что точка  $K$  не лежит в плоскости  $ABC$ . Точка  $O$  – точка пересечения диагоналей  $ABCD$ . Найдите линию пересечения плоскостей:

а)  $ADK$  и  $OCK$ ;

б)  $ACK$  и  $BDK$ .

№ 3. Докажите, что все прямые, пересекающие две данные параллельные прямые, лежат в одной плоскости.

№ 4. Через концы отрезка  $AB$  и его середину  $F$  проведены параллельные прямые, пересекающие некоторую плоскость в точках  $A_1, B_1, F_1$ .

Найдите длину отрезка  $BB_1$ , если отрезок  $AB$  не пересекает плоскость и если  $AA_1 = 6$  см,  $FF_1 = 8$  см.

№ 5. Параллельные плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  пересекают стороны угла  $ABC$  в точках  $A_1, C_1, A_2, C_2$  соответственно. Найдите длину отрезка  $A_1B$ , если

$$A_1C_1 : A_2C_2 = 3 : 5, BA_2 = 10 \text{ см.}$$

№ 6. Через точку  $K$ , не лежащую между параллельными плоскостями  $\alpha$  и  $\beta$ , проведены прямые  $l$  и  $m$ . Прямая  $l$  пересекает плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  в точках  $A_1$  и  $A_2$  соответственно, прямая  $m$  – в точках  $B_1$  и  $B_2$ .

Найдите длину отрезка  $A_2B_2$ , если  $KA_1 : A_1A_2 = 2 : 3$ ,  $A_1B_1 = 8$  см.

### Тема: Перпендикулярность прямых и плоскостей

#### Вариант 1

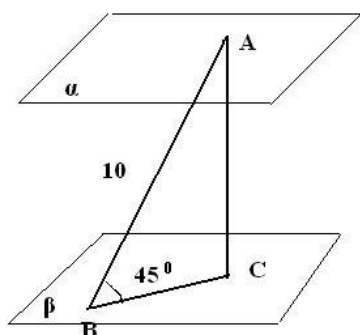
№ 1. Концы отрезка  $AB$ , не пересекающего плоскость, удалены от неё на расстояние 2,4 м и 7,6 м. Найдите расстояние от середины отрезка  $AB$  до этой плоскости.

№ 2. Переключатель длиной 5 м своими концами лежит на двух вертикальных столбах высотой 3 м и 6 м. Каково расстояние между основаниями столбов?

№ 3. Из точки к плоскости проведены две наклонные, равные 17 см и 15 см. Проекция одной из них на 4 см больше проекции другой. Найдите проекции наклонных.

№ 4. Из вершины  $A$  правильного треугольника  $ABC$  проведен перпендикуляр  $AM$  к его плоскости. Найдите расстояние от точки  $M$  до середины  $BC$ , если  $AB = 4$  см,  $AM = 2$  см.

№ 5.



Найти:

- 1) расстояние между плоскостями;
- 2) длину проекции наклонной  $AB$ .

№ 6. В перпендикулярных плоскостях  $\alpha$  и  $\beta$  расположены (соответственно) точки  $A$  и  $B$ . К линии пересечения плоскостей проведены перпендикуляры  $AC$  и  $BD$ , причем  $AC = 12$  см,  $BD = 15$  см. Расстояние между точками  $C$  и  $D$  равно 16 см. Вычислите длину отрезка  $AB$ .

#### Вариант 2

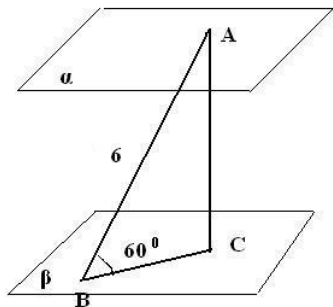
№ 1. Найдите расстояние от середины отрезка  $AB$  до плоскости, считая, что отрезок  $AB$  пересекает плоскость, и расстояния от точек  $A$  и  $B$  до плоскости соответственно равны 3 см и 7 см.

№ 2. Какой длины нужно взять переключатель, чтобы её можно было положить концами на две вертикальные опоры высотой 4 м и 8 м, поставленные на расстоянии 3 м одна от другой?

№ 3. Из точки к плоскости проведены две наклонные, одна из которых на 6 см длиннее другой. Проекция наклонных равны 17 см и 7 см. Найдите наклонные.

№ 4. Из вершины квадрата  $ABCD$  восстановлен перпендикуляр  $BM$  к плоскости квадрата. Найдите расстояние от точки  $M$  до прямой  $AC$ , если  $BM = 8$  см,  $AB = 4$  см.

№ 5.



Найти:

- 3) расстояние между плоскостями;
- 4) длину проекции наклонной АВ.

№ 6. В перпендикулярных плоскостях  $\alpha$  и  $\beta$  проведены перпендикуляры  $MC$  и  $KD$  к линии их пересечения – прямой  $CD$ . Вычислите длину отрезка  $CD$ , если  $MC = 8$  см,  $KD = 9$  см,  $MK = 17$  см.

### Тема: Координаты и векторы

#### Вариант 1

№ 1.  $B(-7; 4; -3)$ .

Найдите сумму расстояний от точки  $B$  до оси  $OX$  и от точки  $B$  до плоскости  $YOZ$ .

№ 2. Известны координаты вершин треугольника  $CDE$ :  $C(-3; 4; 2)$ ,  $D(1; -2; 5)$ ,  $E(-1; -6; 4)$ .  $DK$  – медиана треугольника. Найдите  $DK$ .

№ 3.  $B(-2; 5; 3)$ .

Точка  $C$  – симметрична точке  $B$  относительно плоскости  $XOZ$ , а точка  $D$  симметрична точке  $C$  относительно оси  $OZ$ . Найдите расстояние между точками  $B$  и  $D$ .

№ 4. При параллельном переносе точка  $A(-2; 3; 5)$  переходит в точку  $A_1(1; -1; 2)$ . Найдите сумму координат точки  $B_1$ , в которую переходит при этом параллельном переносе точка  $B(-4; -3; 1)$ .

№ 5. Упростите: а)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$ ;

$$\text{б) } 3 \cdot (\vec{a} + 2\vec{b} - 3\vec{c}) - 2 \cdot (\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{c})$$

№ 6. Даны четыре точки  $A(2; 5; -3)$ ,  $B(-2; 3; -4)$ ,  $C(-6; 1; -5)$ ,  $D(-2; -1; -4)$ . Укажите среди векторов  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{BC}$ ,  $\overrightarrow{DC}$ ,  $\overrightarrow{AD}$ ,  $\overrightarrow{AC}$ ,  $\overrightarrow{BD}$  равные векторы.

№ 7. Выясните, компланарны ли векторы  $\vec{a}\{1, -2, 0\}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ ,  $\vec{c} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ .

№ 8. При каком значении (значениях)  $k$  векторы  $\vec{a}(6-k; k; 2)$  и  $\vec{b}(-3; 5+5k; -9)$  перпендикулярны?

№ 9.  $ABCD$  – параллелограмм. Точка  $M$  не лежит в плоскости параллелограмма. Выразите вектор  $\overrightarrow{MA}$  через векторы  $\overrightarrow{MB}$ ,  $\overrightarrow{MC}$ ,  $\overrightarrow{MD}$ .

№ 10. Даны координаты точек:  $C(3; -2; 1)$ ,  $D(-1; 2; 1)$ ,  $M(2; -3; 3)$ ,  $N(-1; -1; -2)$ . Найдите косинус угла между векторами  $\overrightarrow{CD}$  и  $\overrightarrow{MN}$ .

№ 11. В треугольнике  $ABC$  даны координаты вершин  $A(-1; 2; 3)$ ,  $B(2; -1; 0)$ ,  $C(-4; 2; -3)$ . Вычислите периметр треугольника.

#### Вариант 2

№ 1.  $A(3; -2; -4)$ .

Найдите сумму расстояний от точки  $A$  до оси  $OY$  и от точки  $A$  до плоскости  $XOZ$ .

№ 2. Известны координаты вершин треугольника  $ABC$ :  $A(2; -1; -3)$ ,  $B(-3; 5; 2)$ ,  $C(-2; 3; -5)$ .  $BM$  – медиана треугольника  $ABC$ . Найдите длину  $BM$ .

№ 3.  $A(3; 1; -4)$ .

Точка  $B$  – симметрична точке  $A$  относительно плоскости  $XOY$ , а точка  $C$  симметрична точке  $B$  относительно оси  $OY$ . Найдите расстояние между точками  $A$  и  $C$ .

№ 4. При параллельном переносе точка  $M(-3; 2; -5)$  переходит в точку  $M_1(1; -3; -2)$ . Найдите сумму координат точки  $K_1$ , в которую переходит при этом параллельном переносе точка  $K(1; -2; -5)$ .

№ 5. Упростите: а)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MH} + \overrightarrow{BM}$ ;

б)  $3 \cdot (2\vec{a} - \vec{b} + 4\vec{c}) - 2 \cdot (\vec{a} + \vec{b} - 3\vec{c})$

№ 6. Даны четыре точки  $A(2; 7; -3)$ ,  $B(1; 0; 3)$ ,  $C(-3; -4; 5)$ ,  $D(-2; 3; -1)$ . Укажите среди векторов  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{BC}$ ,  $\overrightarrow{DC}$ ,  $\overrightarrow{AD}$ ,  $\overrightarrow{AC}$ ,  $\overrightarrow{BD}$  равные векторы.

№ 7. Выясните, коллинеарны ли векторы  $\vec{a} = 4\vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{k}$  и  $\vec{b} = 2\vec{i} - 1,5\vec{j} + 2,5\vec{k}$ .

№ 8. При каком значении (значениях)  $m$  векторы  $\vec{a}(4; m-1; m)$  и  $\vec{b}(-2; 4; 3-m)$  перпендикулярны?

№ 9.  $ABCD$  – квадрат. Точка  $H$  не лежит в плоскости квадрата. Выразите вектор  $\overrightarrow{HC}$  через векторы  $\overrightarrow{HB}$ ,  $\overrightarrow{HA}$ ,  $\overrightarrow{HD}$ .

№ 10. Даны координаты точек:  $A(1; -1; -4)$ ,  $B(-3; -1; 0)$ ,  $C(-1; 2; 5)$ ,  $D(2; -3; 1)$ . Найдите косинус угла между векторами  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{CD}$ .

№ 11. Даны координаты точек  $A(-3; 2; -1)$ ,  $B(2; -1; -3)$ ,  $C(1; -4; 3)$ ,  $D(-1; 2; -2)$ . Найдите  $|2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{CD}|$ .

### Тема: Призма

#### Вариант 1

№ 1. Площадь диагонального сечения куба равна  $8\sqrt{2} \text{ см}^2$ . Найдите площадь поверхности куба.

№ 2. В наклонной призме расстояние между боковыми ребрами  $37 \text{ см}$ ,  $13 \text{ см}$  и  $40 \text{ см}$ . Боковое ребро равно  $5 \text{ см}$ . Найдите площадь боковой поверхности призмы.

№ 3. Площади двух диагональных сечений прямого параллелепипеда равны  $48 \text{ см}^2$  и  $30 \text{ см}^2$ , а боковое ребро  $6 \text{ см}$ . Найдите площадь основания параллелепипеда, если оно является ромбом.

№ 4. Сторона основания правильной шестиугольной призмы равна  $4 \text{ см}$ , а большая диагональ призмы образует с основанием угол, равный  $60^\circ$ . Найдите площадь полной поверхности призмы.

№ 5. Длины диагоналей трех граней прямоугольного параллелепипеда, имеющих общую вершину, равны  $5 \text{ см}$ ,  $2\sqrt{13} \text{ см}$  и  $3\sqrt{5} \text{ см}$ . Найдите диагональ параллелепипеда.

#### Вариант 2

№ 1. Площадь диагонального сечения куба равна  $8\sqrt{2} \text{ см}^2$ . Найдите площадь поверхности куба.

№ 2. В наклонной призме расстояние между боковыми ребрами  $37 \text{ см}$ ,  $13 \text{ см}$  и  $40 \text{ см}$ . Боковое ребро равно  $5 \text{ см}$ . Найдите площадь боковой поверхности призмы.

№ 3. Площади двух диагональных сечений прямого параллелепипеда равны  $48 \text{ см}^2$  и  $30 \text{ см}^2$ , а боковое ребро  $6 \text{ см}$ . Найдите площадь основания параллелепипеда, если оно является ромбом.

№ 4. Сторона основания правильной шестиугольной призмы равна  $4 \text{ см}$ , а большая диагональ призмы образует с основанием угол, равный  $60^\circ$ . Найдите площадь полной поверхности призмы.

№ 5. Длины диагоналей трех граней прямоугольного параллелепипеда, имеющих общую вершину, равны  $5 \text{ см}$ ,  $2\sqrt{13} \text{ см}$  и  $3\sqrt{5} \text{ см}$ . Найдите диагональ параллелепипеда.

#### Вариант 3

№ 1. Площадь поверхности куба равна  $18\sqrt{2} \text{ см}^2$ . Найдите площадь диагонального сечения этого куба.

№ 2. В наклонной треугольной призме расстояние между боковыми ребрами  $10 \text{ см}$ ,  $17 \text{ см}$  и  $21 \text{ см}$ . Боковое ребро равно  $2 \text{ см}$ . Найдите площадь боковой поверхности призмы.

№ 3. Площади двух диагональных сечений прямого параллелепипеда равны  $16 \text{ см}^2$  и  $27 \text{ см}^2$ . Основанием параллелепипеда является ромб, площадь которого равна  $24 \text{ см}^2$ . Найдите длину бокового ребра параллелепипеда.

№ 4. Сторона основания правильной шестиугольной призмы равна  $6 \text{ см}$ , а большая диагональ призмы образует с основанием угол, равный  $30^\circ$ . Найдите полную площадь поверхности призмы.

№ 5. Длины диагоналей трех граней прямоугольного параллелепипеда, имеющих общую вершину, равны  $2\sqrt{10}$  см,  $2\sqrt{17}$  см и 10 см. Найдите диагональ параллелепипеда.

### Тема: Пирамида

#### Вариант 1

№ 1. Найдите боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды, у которой сторона основания 8 см, а высота 10 см.

№ 2. Все ребра правильной треугольной пирамиды равны между собой. Найдите косинус угла между боковой гранью и плоскостью основания..

№ 3. В четырехугольной пирамиде стороны оснований равны 6 см и 8 см. Боковая грань наклонена к плоскости основания под углом  $60^\circ$ . Найдите высоту пирамиды и площадь полной поверхности.

№ 4. Стороны оснований правильной четырехугольной усеченной пирамиды равны 4 см и 6 см. Найдите площадь диагонального сечения, если боковое ребро образует с большим основанием угол, равный  $45^\circ$ .

№ 5. Стороны оснований правильной треугольной усеченной пирамиды равны 6 см и 12 см. Угол между плоскостями боковой грани и основания равен  $30^\circ$ . Найдите площадь боковой поверхности данной усеченной пирамиды.

#### Вариант 2

№ 1. Найдите высоту правильной четырехугольной пирамиды, у которой сторона основания 6 см, а боковое ребро равно 10 см.

№ 2. Все ребра правильной треугольной пирамиды равны между собой. Найдите косинус угла между боковым ребром и плоскостью основания..

№ 3. В правильной четырехугольной пирамиде со стороной основания 8 см боковая грань наклонена к плоскости основания под углом  $60^\circ$ . Найдите боковое ребро и площадь поверхности пирамиды.

№ 4. Стороны оснований правильной четырехугольной усеченной пирамиды равны 6 см и 8 см. Найдите площадь диагонального сечения, если боковое ребро образует с основанием угол, равный  $60^\circ$ .

№ 5. Стороны оснований правильной треугольной усеченной пирамиды равны 4 см и 8 см. Угол между плоскостями боковой грани и основания равен  $30^\circ$ . Найдите площадь боковой поверхности данной усеченной пирамиды.

### Тема: Тела и поверхности вращения

#### Вариант 1

№ 1. В цилиндре радиуса 5 см проведено параллельное оси сечение, отстоящее от неё на расстояние 3 см. Найдите высоту цилиндра, если площадь указанного сечения равна  $64 \text{ см}^2$ .

№ 2. Длина образующей конуса равна  $2\sqrt{3}$ , а угол при вершине осевого сечения конуса равен  $120^\circ$ . Найдите площадь основания конуса.

№ 3. В усеченном конусе диагональ осевого сечения равна 10 см, радиус меньшего основания 3 см, высота 6 см. Найдите радиус большего основания.

№ 4. Радиус шара равен 12 см. Через конец радиуса проведена плоскость под углом  $45^\circ$  к нему. Найдите площадь сечения.

№ 5. Радиус основания конуса  $3\sqrt{2}$  см. Площадь осевого сечения равна  $18 \text{ см}^2$ . Найдите площадь полной поверхности конуса.

№ 6. Осевое сечение цилиндра – квадрат, длина диагонали которого равна 20 см. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.

№ 7. В цилиндр с радиусом  $R$  и высотой  $H$  вписана правильная четырехугольная призма. Вычислите площадь её полной поверхности.

### Вариант 2

- № 1. В цилиндре с высотой  $6\text{ см}$  проведено параллельное оси сечение, отстоящее от неё на расстояние  $4\text{ см}$ . Найдите радиус цилиндра, если площадь указанного сечения равна  $36\text{ см}^2$ .
- № 2. Высота конуса равна  $4\sqrt{3}$ , а угол при вершине осевого сечения конуса равен  $120^\circ$ . Найдите площадь основания конуса.
- № 3. В усеченном конусе диагональ осевого сечения равна  $10\text{ см}$ , радиус оснований  $2\text{ см}$  и  $4\text{ см}$ . Найдите высоту конуса.
- № 4. Шар, радиус которого  $10\text{ см}$ , пересечен плоскостью на расстоянии  $6\text{ см}$  от центра. Найдите площадь сечения.
- № 5. Радиус основания конуса  $7\sqrt{2}\text{ см}$ . Площадь осевого сечения равна  $98\text{ см}^2$ . Найдите площадь полной поверхности конуса.
- № 6. Осевое сечение цилиндра – квадрат, длина диагонали которого равна  $36\text{ см}$ . Найдите площадь полной поверхности цилиндра.
- № 7. Цилиндр с радиусом  $R$  и высотой  $H$  вписан в правильную четырехугольную призму. Вычислите площадь полной поверхности призмы.

### Тема: Измерения в геометрии

#### Вариант 1

- № 1. Прямоугольный треугольник с гипотенузой  $13\text{ см}$  вращается вокруг оси, содержащей катет длиной  $12\text{ см}$ . Найдите объем фигуры вращения и площадь её полной поверхности.
- № 2. Цилиндр имеет диаметр основания  $14\text{ см}$ , а высоту  $5\text{ см}$ . Найдите объем и площадь полной поверхности цилиндра.
- № 3. Радиусы оснований усеченного конуса  $r = 2\text{ см}$  и  $R = 6\text{ см}$ , образующая наклонена к плоскости основания под углом  $45^\circ$ . Найдите объем и площадь полной поверхности.
- № 4. Радиус основания конуса равен  $12\text{ см}$ , а его образующая равна  $13\text{ см}$ . Найдите ребро куба, объем которого равен объему данного конуса.
- № 5. На поверхности шара даны три точки  $A, B$  и  $C$  такие, что  $AB = 8\text{ см}$ ,  $BC = 15\text{ см}$ ,  $AC = 17\text{ см}$ . Центр шара – точка  $O$  – находится на расстоянии  $\frac{\sqrt{35}}{2}\text{ см}$  от плоскости, проходящей через точки  $A, B$  и  $C$ . Найдите объем шара.

#### Вариант 2

- № 1. Цилиндр имеет диаметр основания  $12\text{ см}$  а высоту  $6\text{ см}$ . Найдите объем и площадь полной поверхности цилиндра.
- № 2. Равнобедренный прямоугольный треугольник вращается вокруг оси, содержащей один из его катетов. Найдите объем фигуры вращения и площадь её полной поверхности, если длина гипотенузы треугольника равна  $6\text{ см}$ .
- № 3. Радиусы оснований усеченного конуса  $r = 4\text{ см}$  и  $R = 8\text{ см}$ , образующая наклонена к плоскости основания под углом  $60^\circ$ . Найдите объем и площадь полной поверхности.
- № 4. Площадь боковой поверхности конуса равна  $65\pi\text{ см}^2$ , а его образующая равна  $13\text{ см}$ . Найдите ребро куба, объем которого равен объему данного конуса.
- № 5. Шар касается сторон треугольника  $MKP$ , причем  $MK = 4\text{ см}$ ,  $MP = 5\text{ см}$ ,  $KP = 7\text{ см}$ . Центр шара – точка  $O$  – находится от плоскости треугольника  $MKP$  на расстоянии, равном  $\frac{\sqrt{10}}{2}\text{ см}$ . Найдите объем шара.

### Шкала оценки образовательных достижений

| Процент результативности (правильных ответов) | Оценка уровня подготовки |                   |
|-----------------------------------------------|--------------------------|-------------------|
|                                               | балл (отметка)           | вербальный аналог |

|               |   |                     |
|---------------|---|---------------------|
| $85 \div 100$ | 5 | отлично             |
| $75 \div 84$  | 4 | хорошо              |
| $60 \div 74$  | 3 | удовлетворительно   |
| менее 60      | 2 | неудовлетворительно |

### 3.3. КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ЭКЗАМЕНА ОУД. 10 «МАТЕМАТИКА»

#### Экзаменационный билет № 1

1) Найдите производные:

A)  $y = \sqrt{\frac{1}{x^4} + 2x} \cdot \sin(4x + \frac{\pi}{3})$

$$y = \frac{4}{(\frac{1}{x^4} + \frac{2}{x^2})^4} - e^{-x}$$

B)

2) Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = \sqrt{x} \qquad y = \frac{1}{2}x$$

3) Решите уравнение:

$$\log_{x-1}(x^2 - 6x + 5)^2 = 2$$

4) Решите неравенство:

$$2^x + (0,5)^{3-x} < 9$$

5) Высота цилиндра равна  $\sqrt{3}$  см, площадь его боковой поверхности вдвое меньше площади его полной поверхности. Найдите объем цилиндра.

#### Экзаменационный билет № 2

1) Найдите производные:

A)  $y = 5(\frac{3}{x^4} + 2x^7)^6 + \operatorname{tg}^4(\frac{\pi}{2} + 4x)$

$$y = \frac{4^{\cos 2x}}{\sqrt{\frac{1}{x^4} - 2x^3}}$$

B)

2) Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 2x^2 \qquad y = 4x$$

3) Решите уравнение:

$$\log_5^2(x) - 3\log_5 x + x + 0,4^{\frac{\log_2(3-x)}{5}} = 7$$

4) Решите неравенство:

$$(\frac{3}{7})^{x^2} > (\frac{9}{49})^{x+1,5}$$

5) Осевым сечением цилиндра является квадрат, диагональ которого равна  $8\sqrt{2}$  см. Найдите объем цилиндра.

### Экзаменационный билет № 3

1) Найдите производные:

$$y = \frac{\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4} + 3x\right)}{\sqrt{\frac{4}{x^2} - 2x}}$$

A)

$$B) \quad y = e^{\sin 4x} + 2^{x^2+2x}$$

2) Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 6 - 2x \quad y = 6 + x - x^2$$

3) Решить уравнение:

$$\log_2^2 x + 2 \log_2 x + x + 0,2^{\log_{\frac{1}{5}}(1-x)} = 4$$

4) Решите неравенство :

$$\log_{0,5}(4-x) \geq 2 \log_{0,5} 3 + \log_{0,5} 1$$

5) Радиус основания цилиндра равен 4 см, высота в два раза больше длины окружности основания. Найдите объем цилиндра.

6)

### Экзаменационный билет № 4

1) Найти производные:

$$A) \quad y = \lg(2x^3 + 2x) + e^{x^2+2x}$$

$$B) \quad y = 3(5x^2 + 2x)^4 + 2 \operatorname{ctg}^3 \frac{x}{4}$$

2) Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции:

$$y = 3 - x^2 \quad y = 2x$$

3) Решите уравнение:

$$\sin(\pi + x) - \sin 2x = 0$$

4) Решите уравнение:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2+4x} \geq \left(\frac{8}{27}\right)^{x+2}$$

5) В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 12 см, а высота боковой грани 15 см. Найдите боковое ребро.

### Экзаменационный билет № 5

1) Найдите производные:

$$A) \quad y = \frac{5}{(4x^4 + 2x)^3} - \sqrt{\frac{4}{x} + 2x}$$

$$B) \quad y = \frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{3} + 2x\right)}{\sqrt{5x^2 + 2x}}$$

2) Вычислите интегралы:

$$\int_{-2}^2 \frac{dx}{\sqrt{2x+5}} + \int_{-2}^6 \frac{dx}{\sqrt{x+3}}$$

3) Решите уравнение:

$$\frac{1}{\log_3 x - 6} + \frac{5}{\log_3 x + 2} = 1$$

- 4) Решите неравенство :  $(\frac{1}{9})^{3-0,5x^2} \leq 27$
- 5) Высота конуса равна 8см, объем  $24\pi \text{ см}^3$ . Найдите площадь полной поверхности конуса.

### Экзаменационный билет № 6

- 1) Найти производные:

A)  $y = \log_4(4x) - 2\cos(4x + \frac{\pi}{3}) + e^{x^2+2x}$

B)  $y = \frac{5}{(3x^2 + 2x)^3} - \sqrt{2x^3 + x}$

- 2) Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции:

$$y = x^2 + 4x + 4 \quad y = 6x + 3 \quad y = 0$$

Решите уравнение:

3)  $\log_2(x^2 + 3) - \log_2 x = 2$

- 4) Решите неравенство:

$$2^{\frac{3}{x}} \geq (0,5)^{x-4}$$

- 5) В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания равна 10см, а высота боковое ребро-13 см. Найдите высоту пирамиды.

### Экзаменационный билет № 7

- 1) Найдите производные:

A)  $y = \sqrt{x^2 + 3x} \cdot e^{x^2+5x}$

B)  $y = 5\text{ctg}^3 \frac{x}{4} - 5(2x^4 + 5x)^3$

- 2) Найти общий вид первообразных для f(x):

A)  $f(x) = 2^{(1-5x)} + \sin(3x + \frac{\pi}{3})$

B)  $f(x) = 3(1-4x)^4 - e^{2x}$

- 3) Решить уравнение:

$$\frac{5^{\log_5((x-6)(-x+8))} \cdot (x-7)}{1 - \log_7 x} = 0$$

- 4) Решите неравенство :

$$(0,7)^{\frac{2x-3}{4}} < (1\frac{3}{7})^{2-x}$$

- 5) Площадь боковой поверхности конуса равна  $20\pi \text{ см}^2$ , а площадь его основания на  $4\pi \text{ см}^2$  меньше. Найдите объем конуса.

### Экзаменационный билет № 8

- 1) Найти производные:

A)  $y = \ln(5x + 4) - 4^{(x^2+2x)}$

B)  $y = \frac{5}{(\frac{1}{x^3} + 2x)^4} - \sqrt{\frac{1}{x} + 5x^3}$

- 2) Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции:

$$y = 9x^2 - 6x + 1 \quad y = 0 \quad x = 0$$

- 2) Решите уравнение:

$$\frac{1}{5^{1-x} - 55} = \frac{1}{5^x + 45}$$

4) Решите неравенство:

$$3^{x-2} - \left(\frac{1}{3}\right)^{-x} + 8 > 0$$

5) Высота конуса равна 12 см, а угол при вершине осевого сечения равен  $120^\circ$ . Найдите площадь полной поверхности конуса.

### Экзаменационный билет № 9

1) Найти производные:

$$y = \frac{5}{\left(\frac{4}{x^3} + 2x\right)^4} + 4 \cos^3 \frac{x}{4}$$

A)

$$B) y = e^{x^2+2x} \cdot \log_2 94x + 5)$$

2) Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции:

$$y = -3x^2 + 18$$

$$x = 2$$

$$y = 0$$

$$x = -1$$

3) Решите уравнение:

$$\log_9(x+8) \cdot \log_{x+2} 3 = 1$$

4) Решите неравенство:

$$\log_{0,5}(x^2 - 1) \geq -2$$

5) Площадь осевого сечения цилиндра равна  $64\pi \text{ см}^2$ , а его образующая равна диаметру основания. Найдите объем цилиндра.

### Экзаменационный билет № 10

1) Найти производные функции:

$$f(x) = 4 \sin^3 4x - \frac{3}{\left(\frac{3}{x^5} + 2x^4\right)^3}$$

A)

$$B) f(x) = e^{x^2+2x} - \sqrt{3x^5 + \frac{1}{x}}$$

2) Вычислите интегралы:

$$A) \int_0^2 (1+3x)^3 dx$$

$$B) \int_1^2 \frac{dx}{(5-4x)^3}$$

3) Решите уравнение:

$$\cos 2x + \sin x = 0$$

4) Решите неравенство:

$$\log_{0,5}(4-x) \geq \log_{0,5} 2 - \log_{0,5}(x-1)$$

5) В правильной треугольной пирамиде боковое ребро равно 10 см, а сторона основания 12 см. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

### Экзаменационный билет № 11

1) Найти производные функции:

$$A) f(x) = 5tg^2 \frac{x}{3} + 3(2x^2 - 5x)^3$$

$$B) f(x) = 2^{x^3+2x} + \sqrt{3x + \frac{1}{x^2}}$$

2) Вычислите интегралы:

$$A) \int_1^2 \frac{1}{(5x-1)^2} dx$$

$$B) \int_1^4 (x + \frac{\sqrt{x}}{x}) dx$$

3) Решите уравнение:

$$\cos x \log_3 \frac{3-x}{3+x} = 0$$

4) Решите неравенство:

$$\lg x + \lg(x-3) > 1$$

5) Площадь полной поверхности куба равна  $24\text{см}^2$ . Найдите его диагональ.

### Экзаменационный билет № 12

1) Найти производные функции

$$f(x) = \lg(5x+2) - \frac{3}{(\frac{3}{x^5} + 2x^4)^3}$$

A)

$$B) f(x) = 4 \cos^2 \frac{x}{4} + \sqrt{e^x + \frac{1}{x}}$$

2) Вычислите площадь фигуры ограниченной линиями:

$$y = -x^2 - 4x, \quad y = 1, \quad x = -3, \quad x = -1$$

3) Решите уравнение:

$$\log_2(x+1) - 2 = 4 \log_{x+1} 4$$

4) Решите неравенство:

$$4^{1-x} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{3x+2}$$

5) Радиус основания цилиндра равен 8 см, площадь боковой поверхности вдвое меньше площади основания. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.

### Экзаменационный билет № 13

1) Найти производные функции:

$$A) f(x) = \sin^3 4x - \sqrt{\frac{1}{x^4} + 2x}$$

$$B) f(x) = e^{\sqrt{x^2+2x}} - \frac{4}{2x+1}$$

2) Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = x^2 - 2x + 2$$

$$y = 2 + 6x - x^2$$

3) Решите уравнение:

$$3 \log_{27}^2 x - 4 \log_{27} x + 2x + 0,5^{\log_{\frac{1}{2}}(26-2x)} = 25$$

4) Решите неравенство:

$$(0,5)^{x-3} \leq 4^{\frac{x}{x+1}}$$

5) Площадь сечения шара плоскостью, проходящей через его центр, равна  $4\pi\text{см}^2$ . Найдите объем шара.

### Экзаменационный билет № 14

1) Найти производные функции:

$$A) f(x) = 5 \operatorname{ctg}^3 \left( \frac{\pi}{2} + 2x \right) \quad B) f(x) = 2^{x^5+2x^4} + \frac{3}{\left(\frac{5}{x^4} - 2x^3\right)^4}$$

2) Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 1 - x,$$

$$y = 3 - 2x - x^2$$

3) Решите уравнение:

$$(x^2 + 2x - 8) \cdot \log_5(7 - x^2 - 5x) = 0$$

4) Решите неравенство:

$$\log_{\frac{1}{3}}(2x + 1) > -1$$

5) Объем прямоугольного параллелепипеда равен  $24\text{см}^3$ , площадь основания  $12\text{см}^2$ , одна сторона основания в три раза больше другой. Вычислите площадь полной поверхности параллелепипеда.

### Экзаменационный билет № 15

1) Найти производные функции:

$$\text{A) } f(x) = \sqrt{\frac{1}{x^4} + 2x} \cdot \cos^2 4x \quad \text{B) } f(x) = 5^{x^3+2x} + \frac{3}{(\frac{3}{x^5} + 2x)^3}$$

2) Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = x^2 - 2x, \quad y = -4x - 1, \quad y = 4x - 9$$

3) Решите уравнение:

$$\lg^2 x^4 + 20 \lg x^2 = 24$$

4) Решите неравенство:

$$\log_{0,25}(5x - 1) \geq -0,5$$

5) Образующая конуса равна 5 см, площадь его боковой поверхности равна  $15\pi \text{ см}^2$ . Найдите объем конуса.

### Экзаменационный билет № 16

1) Найти производные функции:

$$\text{A) } f(x) = 5 \operatorname{ctg}^2(x^3 + 2x) \cdot e^{x^3} \quad \text{B) } f(x) = e^{x^3+2x} \cdot \sqrt{\frac{4}{x^3} + 2x}$$

2) Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = x^2 - 4x - 4, \quad y = -x$$

3) Решите уравнение:

$$\lg^2 x^3 + \lg x^2 = 40$$

4) Решите неравенство:

$$3^x + \left(\frac{1}{3}\right)^{2-x} \geq 10$$

5) Образующая конуса равна 5 см, площадь его боковой поверхности равна  $15\pi \text{ см}^2$ . Найдите объем конуса

### Экзаменационный билет № 17

1) Найти производные функции:

$$\text{A) } f(x) = \sqrt{\frac{2}{x^4} + 3x} \cdot \sin\left(4x + \frac{\pi}{3}\right) \quad \text{B) } f(x) = \frac{4}{\left(\frac{2}{x^4} + \frac{1}{x^2}\right)^4} - e^{-x}$$

2) Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = \sqrt{x}, \quad y = \frac{1}{2}x$$

3) Решите уравнение:

$$\log_{x-1}(x^2 - 6x + 5)^2 = 2$$

4) Решите неравенство:

$$2^x + (0,5)^{3-x} < 9$$

5) Высота цилиндра равна 6 см, площадь его боковой поверхности вдвое меньше площади его полной поверхности. Найдите объем цилиндра.

### Экзаменационный билет № 18

1) Найти производные функции:

$$\text{A) } f(x) = \operatorname{ctg}^4(5x+2) - e^{x^3} \quad \text{B) } f(x) = \frac{\log_4(2x+4)}{e^{x^5}}$$

2) Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = \frac{5}{x}, \quad y = 6 - x.$$

3) Решите уравнение:

$$\log_x 3 - \log_9 x + \frac{1}{2} = 0$$

4) Решите неравенство:

$$0,6^{x^2-5x} \geq 1$$

5) Найдите площадь сечения шара радиуса 41 см плоскостью, проверенной на расстоянии 29 см от центра шара.

### Экзаменационный билет № 19

1) Найдите производные:

$$\text{A) } y = \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{3} - 4x\right) - e^{x^4+2x} \quad \text{B) } y = \frac{\sqrt{2x^5+4x}}{e^{5x}}$$

2) Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = x^2, \quad y = \sqrt{x}$$

3) Решите уравнение:

$$\log_5(-20 + 5^x) = 3 - x$$

4) Решите неравенство:

$$0,5^x - 3 \cdot 2^{1-x} \leq -80$$

5) Осевое сечение цилиндра является квадрат, диагональ которого равна  $6\sqrt{2}$  см. Найдите площадь полной поверхности цилиндра

### Экзаменационный билет № 20

1) Найдите производные:

$$\text{A) } y = \frac{\cos^2 4x}{\sqrt{5x^2+2x}} \quad \text{B) } y = 4^{(x^3+2x)} + \lg(2x^2+2x)$$

2) Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = \frac{1}{x}, \quad y = x, \quad x = e$$

3) Решите уравнение:

$$\log_x 3 - \log_9 x + \frac{1}{2} = 0$$

4) Решите неравенство:

$$4^{x-x} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{3x+2}$$

5) Радиус основания конуса равен 5 см, а образующая конуса равна 13 см. Найдите объем конуса.

### Экзаменационный билет № 21

1) Найдите производные:

А)  $y = 8 \cos^3 4x - \frac{3}{(2x^5 + 2x)^4}$       В)  $y = e^{\sqrt{x^2-1}} + \log_3(4x+5)$

2) Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 9x^2 - 6x + 1, \quad y = 0, \quad x = 0$$

3) Решите уравнение:

$$2x^2 - 8x + 5 = 2^{\log_8(2-x)^3}$$

4) Решите неравенство:

$$\log_{\frac{1}{7}}(2x-1) > -1$$

5) Осевым сечением цилиндра является квадрат, диагональ которого равна  $6\sqrt{2}$  см. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.

### Экзаменационный билет №22

1) Найдите производные:

А)  $y = 8 \cos^3 4x - \frac{3}{(2x^5 + 2x)^4}$       В)  $y = e^{\sqrt{x^2-1}} + \log_3(4x+5)$

2) Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 9x^2 - 6x + 1, \quad y = 0, \quad x = 0$$

3) Решите уравнение:

$$2x^2 - 8x + 5 = 2^{\log_8(2-x)^3}$$

4) Решите неравенство:

$$\log_{\frac{1}{7}}(2x-1) > -1$$

5) Осевым сечением цилиндра является квадрат, диагональ которого равна  $6\sqrt{2}$  см. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.

### Экзаменационный билет № 23

1) Найти производные:

А)  $y = \log_5(3x^2 + 5x) - 3(5x^4 + \frac{1}{x})^4$       В)  $y = 2 \cos^4 \frac{x}{4} - \operatorname{ctg}^2 4x$

2) Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функции:

$$y = x^2 + 0,5, \quad y = 1,5$$

3) Решите уравнение:

$$16^{\log_{16}(1-x)} = x^2 + 3x - 20$$

4) Решите неравенство:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-x} + 2^{3+x} \leq 9$$

5) Основание пирамиды – ромб с диагоналями 6 см и 8 см. Высота пирамиды опущена в точку пересечения его диагоналей. Меньшие боковые ребра пирамиды равны 5 см. Найдите объем пирамиды.

### Экзаменационный билет № 24

1) Найти производные:

$$\text{A) } y = e^{x^3+2x} \cdot \sqrt{\frac{1}{x^3} + 2x} \quad \text{B) } y = 4 \cos^2\left(\frac{\pi}{3} - 4x\right) - \frac{3}{\left(\frac{3}{x^4} - 2x^3\right)^4}$$

2) Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функции:

$$y = 4x - x^2, \quad y = 4 - x$$

3) Решите уравнение:

$$2^{\log_2(3-x)} = x^2 - 5x - 9$$

4) Решите неравенство:

$$4^x - 3 \cdot 2^x - 4 < 0$$

5) Площадь осевого сечения цилиндра равна  $108\text{см}^2$ , а его образующая в три раза меньше диаметра основания. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.

### Экзаменационный билет № 25

1) Найти производные:

$$\text{A) } y = \frac{5}{\left(\frac{3}{x^4} + 2x\right)^4} + \lg(x^2 + 2x) \quad \text{B) } y = \sqrt{2x^2 + 2x} + 3 \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right)$$

2) Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функции:

$$y = -\frac{2}{x}, \quad y = 0, \quad x = -5, \quad x = -2,5$$

3) Решите уравнение:

$$\frac{1}{3^{-x} + 5} = \frac{1}{3^{1-x} - 1}$$

4) Решите неравенство:

$$3 + 2 \cdot 3^x - 9^x > 0$$

5) Образующая конуса равна 12 см и составляет с плоскостью основания угол  $30^\circ$ . Найдите объем конуса.

В комплекте - 25 билетов.

К комплекту экзаменационных билетов прилагаются разработанные преподавателем и утвержденные на заседании цикловой комиссии оценки по дисциплине.

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется обучающему, если отражены в ответе все вопросы в полном объеме и решена задача;
- оценка «хорошо», если отражены в ответе все вопросы, имеются неточности и решена задача;
- оценка «удовлетворительно», если отражён в ответе только один вопрос и решена задача;
- оценка «неудовлетворительно» не в полном объеме отражены ответы на вопросы и не решена задача.

### Требования к минимальному материально-техническому обеспечению

Реализация программы учебной дисциплины требует наличия учебного кабинета «Математики и статистики»;

Кабинет математики и статистики

Рабочее место преподавателя

Столы ученические

Стулья ученические

Ноутбук

Принтер

Стенды и плакаты, отражающие содержание рабочей программы учебной дисциплины

Методические материалы по учебной дисциплине в соответствии с учебным планом

### **Информационное обеспечение реализации программы**

#### **Основные печатные издания**

1. Алимов Ш.А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровень). 10-11 классы. – М.: Просвещение, 2018. – 463 с.

2. Атанасян Л.С. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия (базовый и углубленный уровень). 10-11 классы. – М.: Просвещение, 2018. – 255 с.

#### **Основные электронные издания**

Электронная библиотечная система ООО «Знаниум»: официальный сайт. – Москва. – Обновляется в течение суток. – URL: <https://znanium.com/>

#### **Дополнительные источники**

1. Башмаков М. И. Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2017.

2. Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 10 класс. — М., 2017.

3. Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 11 класс. — М., 2017.

4. Башмаков М. И. Алгебра и начала анализа, геометрия. 10 класс. — М., 2017.

5. Башмаков М. И. Математика (базовый уровень). 11 класс. Сборник задач: учеб. пособие. — М., 2017.

6. Колягин Ю. М., Ткачева М. В., Федорова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 11 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2017.

7. Федеральный закон от 29.12.2012 № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации». Приказ Министерства образования и науки РФ от 17.05.2012 № 413 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования».